

112 清大 = 階筆試題目

* 第一回有八題, 第二回七題, 以下沒有照順序!

1. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 七個數排成四位數為 9 的倍數機率?

2. $A_n = \sum_{k=2}^n (1 - \frac{1}{k^2})$, $n \geq 2$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$

3. $3z_1^2 - 2z_1z_2 + 2z_2^2 = 0$, z_1, z_2 為虛數, 且 $\frac{z_1+2}{z_1-2}$ 為純虛數

(1) 求 $|z_1|$

(2) $w = \frac{z_1}{z_2}$, 求 $\tan \theta$

(3) z_1, z_2 的點為 P, Q, 求 ΔOPQ

4. $1 < a < b < b^2 < c$, $f(x)$ = 某三次式的解為 $\log_a b, \log_b c, \log_c a$

$\log_c b + \log_b c + \log_a c = \square$ (我忘了) (1) 求 $f(x)$

$\log_a a + \log_a a + \log_a a = \square$

(我是用根與係數代進去)

(2) 求 $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a$ 的值

(解 $f(x)$ 後比較三解大小)

5.

$P(a, b)$, 甲、乙兩人均由 $(0, 0)$ 出發, 甲只能沿 x, y 軸方向

乙只能沿 $3x - 4y = 0$ or $4x + 3y = 0$

且甲、乙速率同, 同時到達, 求 $\frac{a}{b}$

6. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$, 三根 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, $g(x)$ 為二次方程式, 求有幾個 $g(x)$ 符合 $f(g(x)) = 0$

7. $\overline{AC} = 7, \overline{BC} = 5, \overline{AB} = 6$, 垂心 H , $\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$ 求 $(\alpha, \beta) =$

8. $f(x)$ 為一實係數方程式, 且必滿足 $f(a+b) = f(a) + f(b) + 3a^2b + 3ab^2$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, 求 $f'(x)$, 並推得 $f(x)$

9. (1) 求拋物線 $y = x^2 - x$ 過 $P(2, 1)$ 的切線 l_1, l_2

(2) 求拋物線與 l_1, l_2 圍成的面積